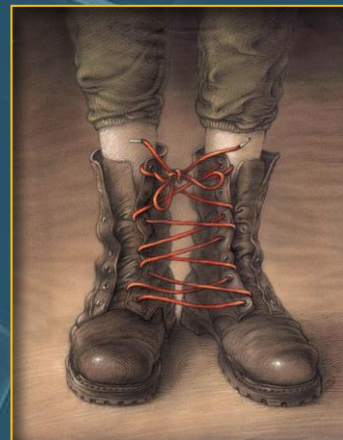


ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

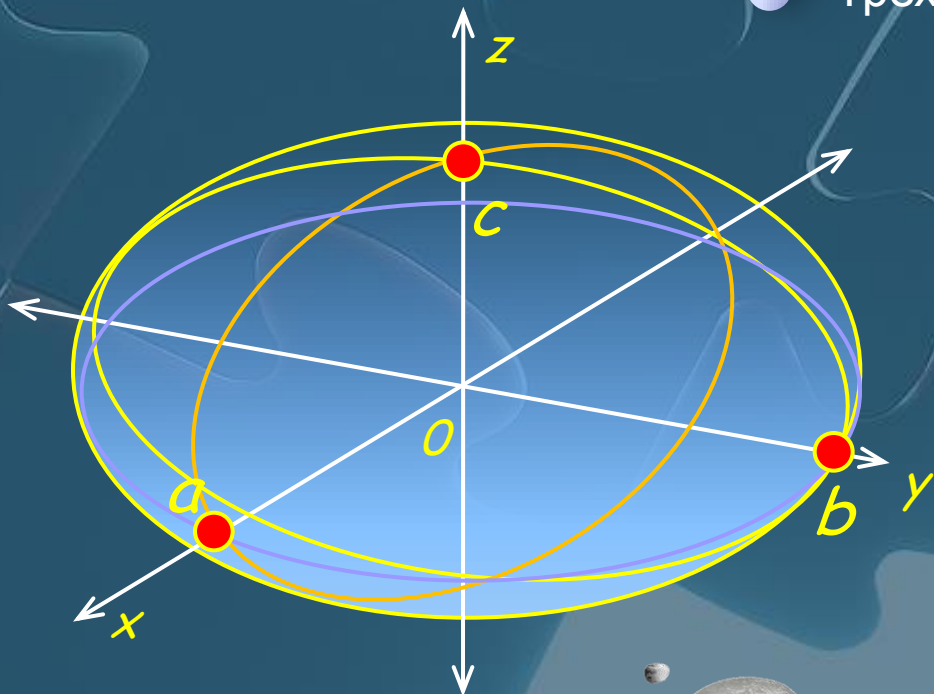


{ эллипсоид – гиперboloиды – параболоиды – конус – пространственные фигуры второго порядка – примеры }

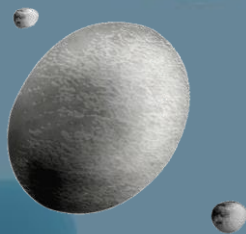


Эллипсоид

- Трёхосный **эллипсоид** с полуосями a, b, c



Малая планета – Хаумеа
со своими спутниками - лунами



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

- Сфера: $a = b = c$

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

Сплюснутый эллипсоид вращения:

$$a = b > c$$

Вытянутый эллипсоид вращения:

$$a = b < c$$



@ Найти линию пересечения эллипсоида плоскостью π

$$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} + \frac{z^2}{2^2} = 1 \quad \pi: z = 1$$

Решение

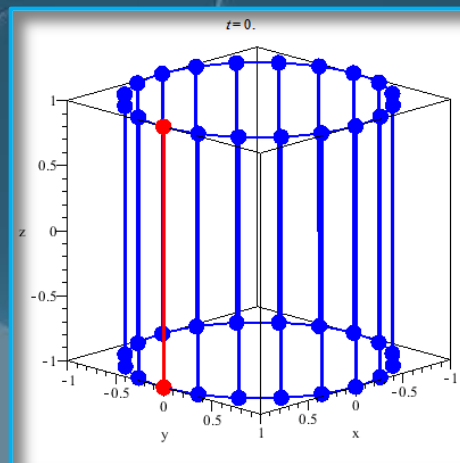
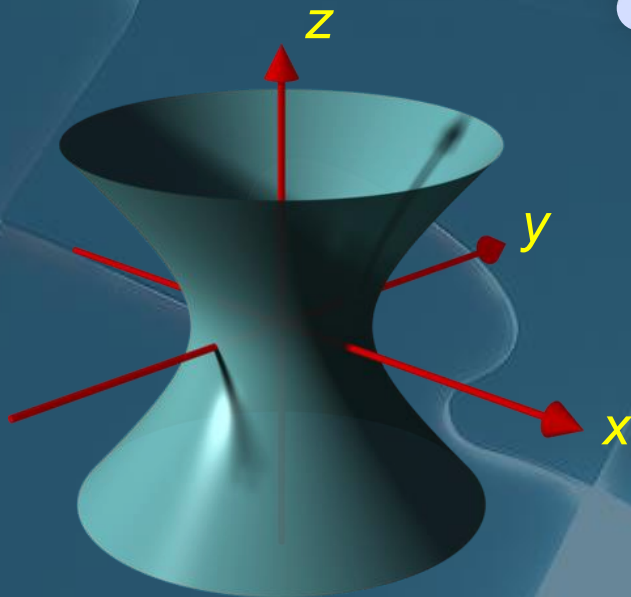
$$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} + \frac{1^2}{2^2} = 1 \quad \frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = \frac{3}{4}$$

$$z = 1, \quad \frac{x^2}{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{3})^2} = 1$$

Однополостный гиперболоид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Семейство образующих



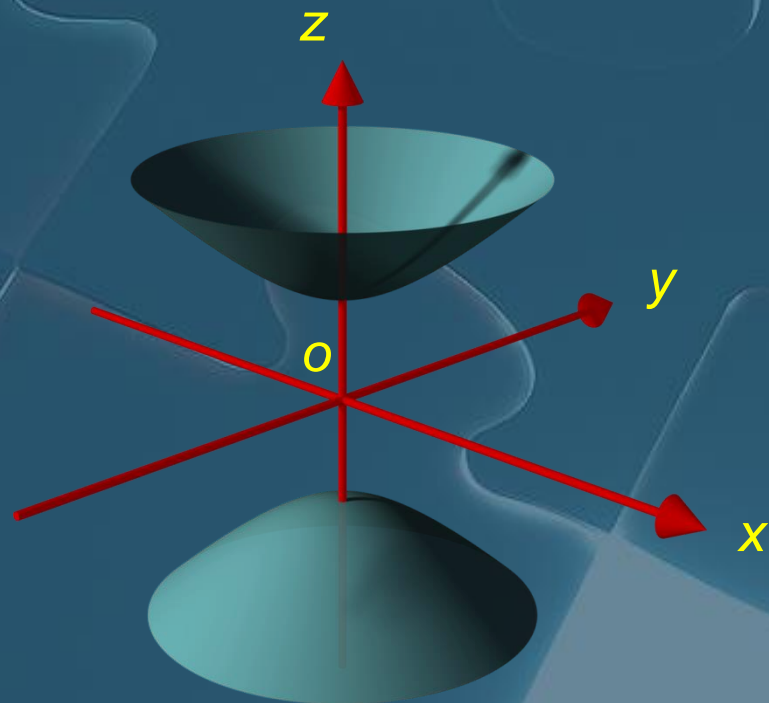
$$\begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{z}{c} = u(1 + \frac{y}{b}), \\ u(\frac{x}{a} - \frac{z}{c}) = 1 - \frac{y}{b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{z}{c} = v(1 - \frac{y}{b}), \\ v(\frac{x}{a} - \frac{z}{c}) = 1 + \frac{y}{b} \end{cases}$$

действительные полуоси: a , b мнимая полуось: c



Двуполостный гиперболоид



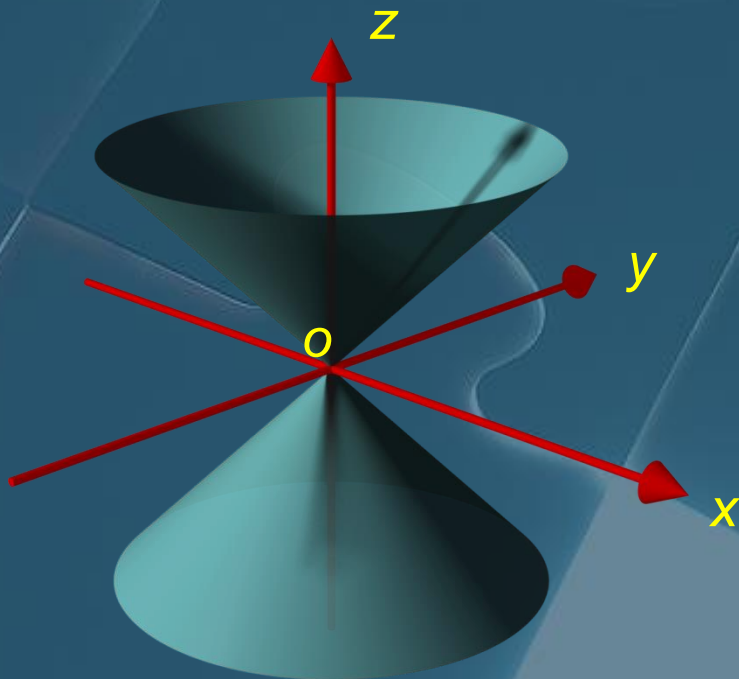
•
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

Гиперболоид вращения

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

действительная полуось: c мнимые полуоси: a, b





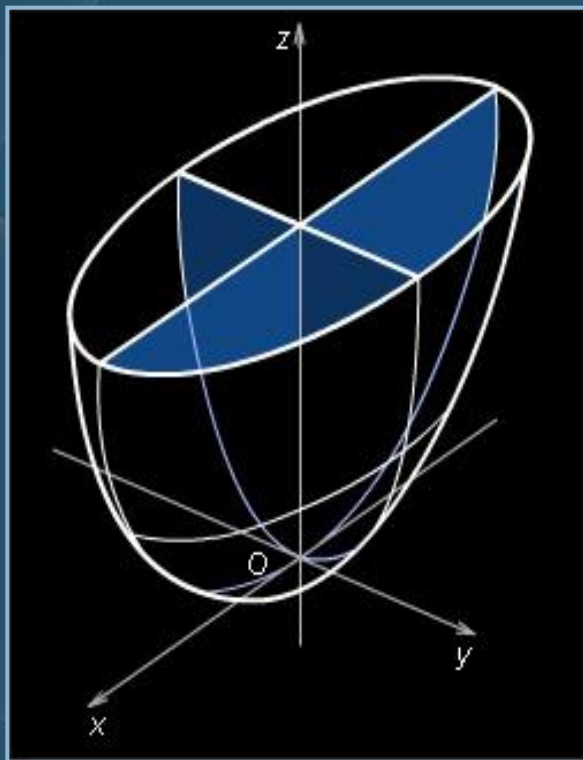
•
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

Асимптотическая поверхность
для гиперboloидов

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = \pm 1$$



Эллиптический параболоид

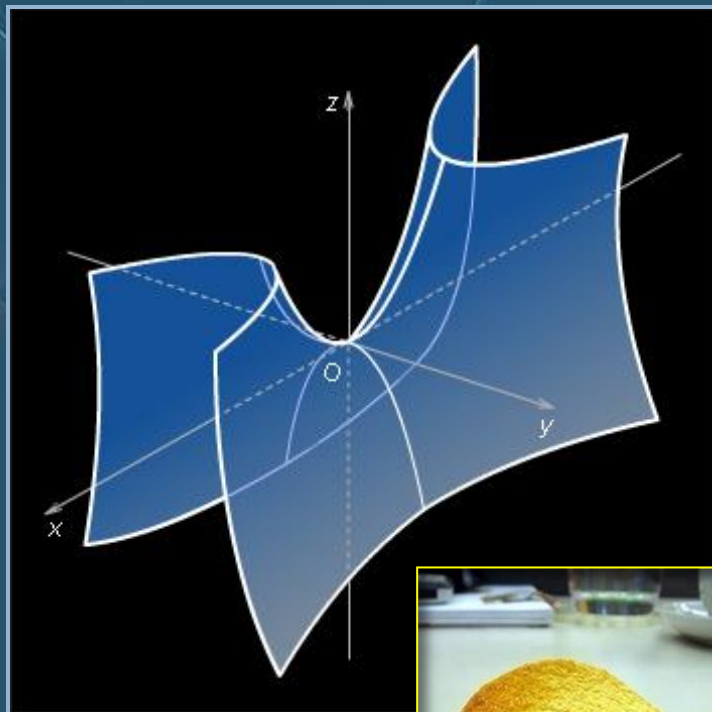


•
$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

$$z = \frac{x^2 + y^2}{a^2}$$



Гиперболический параболоид



Прингелс



- $$z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$$

Семейство образующих

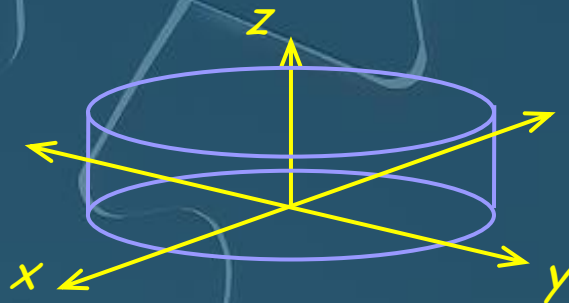
$$\begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = u, \\ u\left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right) = z \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = v, \\ v\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right) = z \end{cases}$$



Цилиндрические поверхности

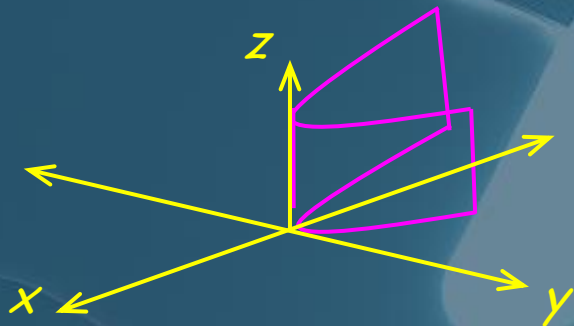
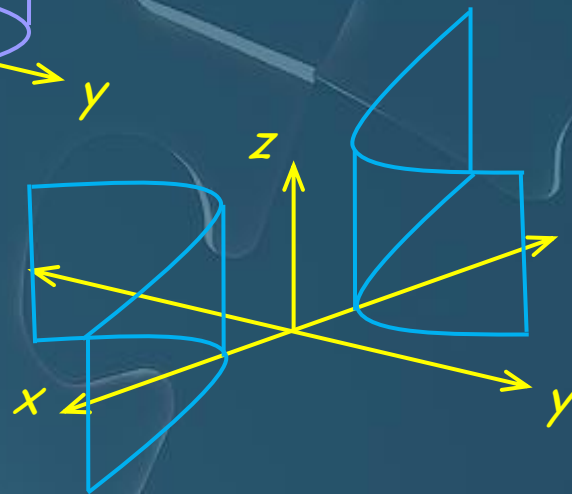
- **Цилиндр эллиптический**

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



- **Цилиндр гиперболический**

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



$$y^2 = 2px$$

- **Цилиндр параболический**

