

Распределения дискретных и непрерывных случайных величин



{ дискретные случайные величины - способы задания распределений дискретных случайных величин - интегральный закон распределения – задание распределений непрерывных случайных величин – плотность распределения – дифференциальная функция распределения - примеры }



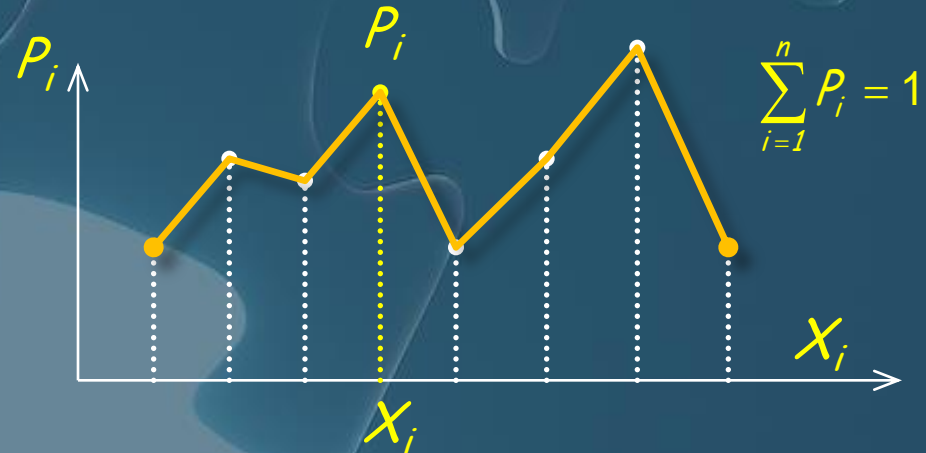
Дискретные случайные величины

- Случайная величина называется **дискретной**, если её возможные значения можно пронумеровать.

X	X_1	X_2	X_n
P_i	P_1	P_2	P_n

Дискретная случайная величина X может быть задана **рядом распределения** или **функцией распределения** – интегральным законом распределения.

Ряд распределения задается таблицей $X - P$ или расчетной формулой $P(X)$



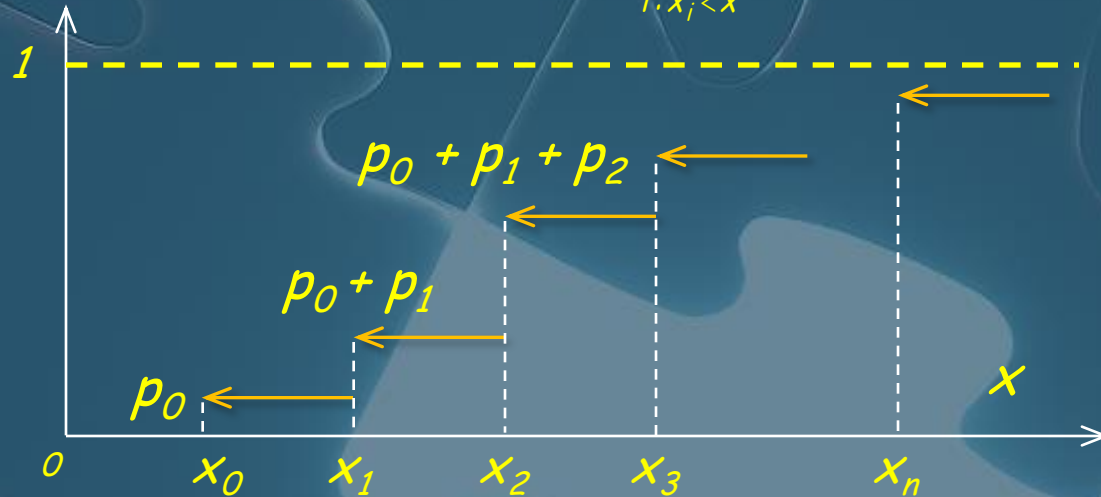
Графическое изображение – многоугольник распределения



Интегральный закон распределения

Функцией распределения – интегральным законом распределения случайной величины X называется функция $F(x)$, равная вероятности $P(X < x)$ того, что случайная величина будет меньше произвольно выбранного значения x .

$$F(x) = P(X < x) = \sum_{i: x_i < x} p_i = p_0 E(x - x_0) + \dots + p_n E(x - x_n)$$



$$E(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

Графическое изображение



Непрерывные случайные величины

- Случайная величина X с непрерывной функцией распределения $F(x)$ называется **непрерывной**.

Функция распределения $F(x) = P(X < x)$ дает вероятность того, что случайная величина X окажется меньше x .

Плотностью вероятности случайной величины X с непрерывной функцией распределения $F(x)$ называется непрерывная функция:

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x < X < x + \Delta x)}{\Delta x} = \frac{dF(x)}{dx}$$

Функция распределения $F(x)$ имеет следующие основные свойства:

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) \quad F(x_1) \leq F(x_2), \text{ если } x_1 < x_2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$$



Плотность вероятности непрерывной СВ

- **Плотность вероятности** (дифференциальная функция распределения) $f(x)$ обладает следующими основными свойствами:

$$1) f(x) \geq 0$$

$$2) f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

$$3) \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

$$4) P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

Величина x_p , определяемая равенством $F(x) = p$ называется квантилем.

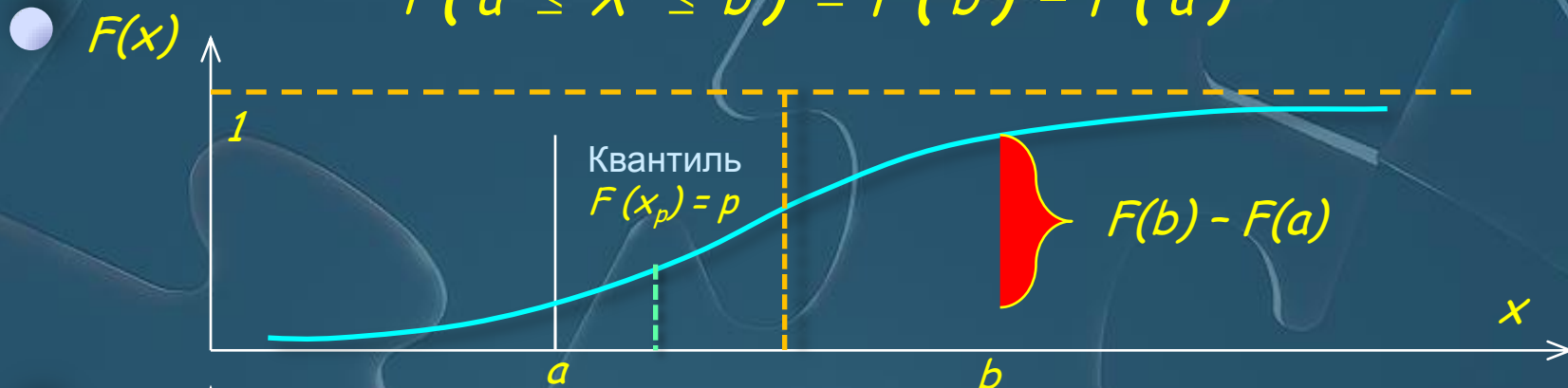
Квантиль $x_{0.5}$ называется медианой.

Значение x при котором $f(x) = \max$, называется модой.



Интегральная и дифференциальная функции НСВ

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$$



Квантиль $x_{0.5}$ называется медианой



@ Построить графики плотности вероятности и интегральной функции для равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b] \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases}$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

