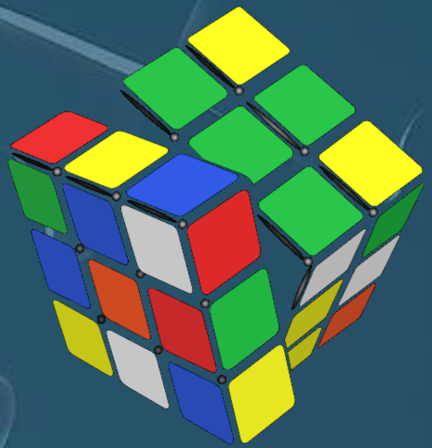
Распределения дискретных и непрерывных случайных величин



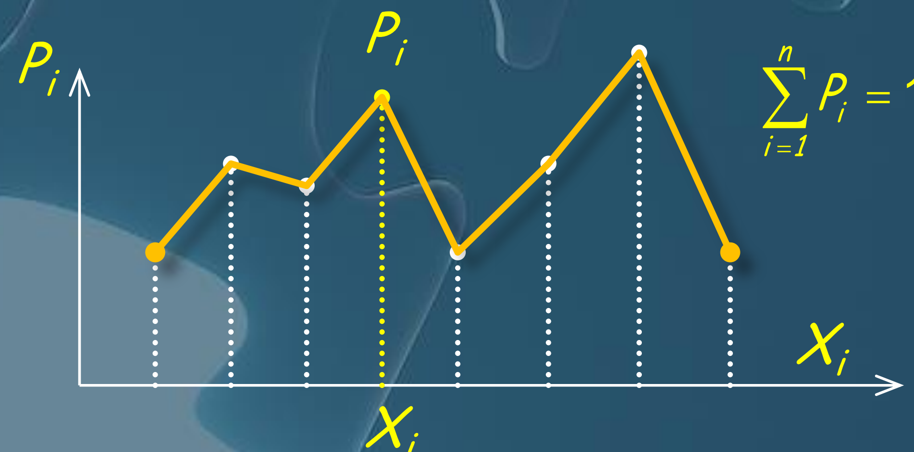
{ дискретные случайные величины - способы задания распределений дискретных случайных величин - интегральный закон распределения – задание распределений непрерывных случайных величин – плотность распределения – дифференциальная функция распределения - примеры }

Дискретные случайные величины

- Случайная величина называется **дискретной**, если её возможные значения можно пронумеровать.

X	X_1	X_2	....	X_n
P_i	P_1	P_2	....	P_n

Дискретная случайная величина X может быть задана рядом распределения или функцией распределения – интегральным законом распределения.
Ряд распределения задается таблицей $X - P$ или расчетной формулой $P(X)$



$$\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$$

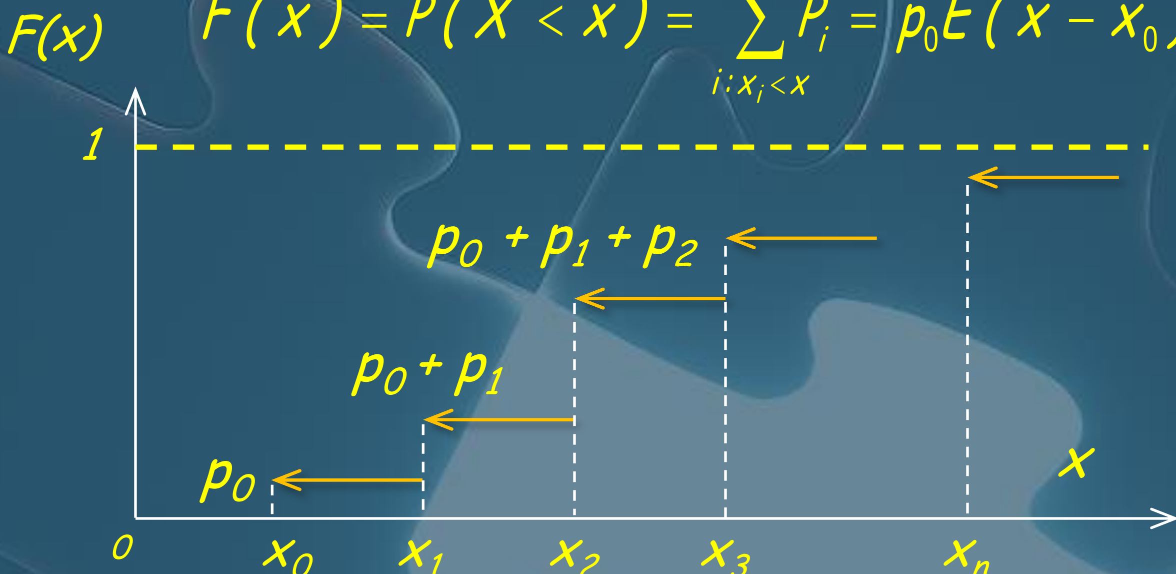
Графическое изображение – многоугольник распределения

Интегральный закон распределения

- Функцией распределения – интегральным законом распределения случайной величины X называется функция $F(x)$, равная вероятности $P(X < x)$ того, что случайная величина будет меньше произвольно выбранного значения x .

$$F(x) = P(X < x) = \sum_{i:x_i<x} P_i = p_0 E(x - x_0) + \ldots + p_n E(x - x_n)$$

$$E(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \ge 0 \end{cases}$$



Графическое изображение

Непрерывные случайные величины

- Случайная величина X с непрерывной функцией распределения $F(x)$ называется непрерывной.
  Функция распределения $F(x) = P(X < x)$ дает вероятность того, что случайная величина X окажется меньше x.

  Плотностью вероятности случайной величины X с непрерывной функцией распределения $F(x)$ называется непрерывная функция:

$$f(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P(x < X < x + \Delta x)}{\Delta x} = \frac{dF(x)}{dx}$$

Функция распределения $F(x)$ имеет следующие основные свойства:

$$P(a \le X \le b) = F(b) - F(a) \qquad F(x_1) \le F(x_2),\ \text{если}\ x_1 < x_2$$

$$\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0 \qquad \lim_{x \to +\infty} F(x) = 1$$

Плотность вероятности непрерывной СВ

- Плотность вероятности (дифференциальная функция распределения) $f(x)$ обладает следующими основными свойствами:

$$1)\ f(x) \geq 0 \qquad 2)\ f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

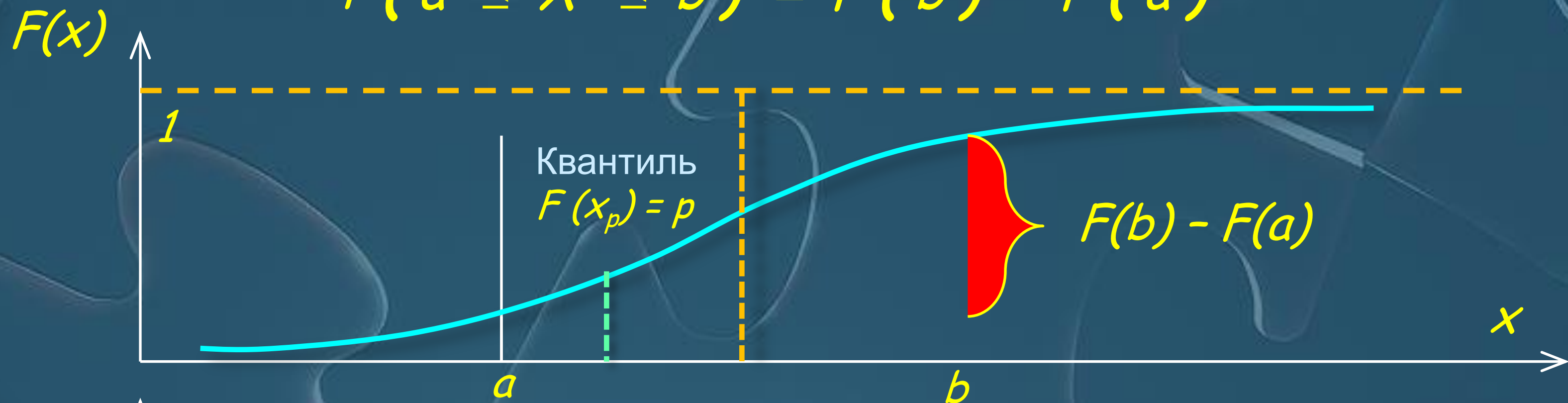
$$3)\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \qquad 4)\ P(a \leq x \leq b) = \int_{a}^{b} f(x)dx$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

Величина x_p, определяемая равенством $F(x) = p$ называется квантилем.
Квантиль $x_{0.5}$ называется медианой.
Значение x при котором $f(x) = max$, называется модой.

Интегральная и дифференциальная функции НСВ

$$P(a \le X \le b) = F(b) - F(a)$$



$$P(a \le x \le b) = \int_a^b f(t)\,dt$$

Квантиль $x_{0.5}$ называется медианой

Пример

@ *Построить графики плотности вероятности и интегральной функции для равномерного распределения*

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & x\in[a,b]\\ 0, & x\notin[a,b]\end{cases}$$

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt=\begin{cases}0, & x<a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a\le x\le b\\ 1, & x>b\end{cases}$$